

«Προσομοίωση της διδασκαλίας των καρτεσιανών συντεταγμένων μέσω της γεωπληροφορικής»

**Αρσενοπούλου Μαρία¹, Λάζιος Θωμάς², Δήμου Αθανάσιος³,
Διαμαντίδου Ευαγγελία⁴**

¹ Μαθηματικός

maria-arsen1@hotmail.com

² Μ.Σc., Μηχανικός Γεωπληροφορικής & Τοπογραφίας

thlazios@gmail.com

³ Μ.Σc., Μ.Eng., Μηχανικός Γεωπληροφορικής & Τοπογραφίας

dimouatha@gmail.com

⁴ Μ.Σc., Γλωσσολόγος

evdiaman@hotmail.com

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα μελέτη παρουσιάζουμε και προτείνουμε μια καινοτόμο μέθοδο διδασκαλίας μιας ενότητας των Μαθηματικών της δευτέρας Γυμνασίου, με την αρωγή της επιστήμης της Γεωπληροφορικής. Βασικός στόχος είναι να διδαχθούν οι μαθητές την ενότητα του τρίτου κεφαλαίου «Καρτεσιανές συντεταγμένες-γραφική παράσταση συνάρτησης» αξιοποιώντας τις Τ.Π.Ε. και συγκεκριμένα τα Γεωγραφικά Συστήματα Πληροφοριών (Γ.Σ.Π.). Έπειτα μεταβαίνουν στο στάδιο της πρακτικής εφαρμογής όσων διδάχθηκαν. Πρόκειται για προσομοίωση ενός μαθήματος ενταγμένου στο ήδη υπάρχον πρόγραμμα σπουδών με τη βοήθεια της τεχνολογίας των Γ.Σ.Π., γεγονός που καθιστά το μάθημα αφενός πιο ευχάριστο για τον μαθητή, αφετέρου του παρέχει τη δυνατότητα να προχωρήσει άμεσα από τη θεωρία στην πράξη με τη χρήση ενός καινοτόμου εργαλείου που ευνοεί την προσωπική εμπλοκή του. Αυτό έχει ως συνέπεια τη βαθύτερη κατανόηση του γνωστικού αντικείμενου. Η αμεσότητα της χρήσης των Τ.Π.Ε. παρουσιάζεται μέσα από την πρακτική εφαρμογή τους, τα φύλλα εργασίας και τη σχέση που αναπτύσσεται μεταξύ μαθητή και καθηγητή κατά τη διάρκεια του μαθήματος.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Γεωπληροφορική, Μαθηματικά, Τ.Π.Ε., Γ.Π.Σ.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Διανύουμε μια εποχή στην οποία κάθε άνθρωπος, και φυσικά και ο ίδιος ο εκπαιδευτικός, οφείλει να γνωρίζει όψεις της τεχνολογίας και δυνατότητες που αυτή παρέχει, με άλλα λόγια να είναι τεχνολογικά εγγράμματος (Μιχάλης κ.ά., 2009). Οι δυνατότητες που παρέχουν οι νέες τεχνολογίες αφορούν και εξειδικευμένους τομείς (π.χ. επιστήμες) αλλά και την καθημερινότητά μας. Για παράδειγμα, η χρήση του πλοηγού (GPS) και των Γεωγραφικών Συστημάτων Πληροφοριών έχει αντικαταστήσει σε μεγάλο βαθμό τη χρήση των πυξίδων και των αναλογικών χαρτών, μεθόδων παρωχημένων για τον προσανατολισμό στον χώρο.

Για να φτάσει κανείς στην απόκτηση γνώσεων της τεχνολογίας, θα πρέπει αρχικά να αποκτήσει ένα θεμελιώδες μαθηματικό υπόβαθρο και εναρκτήριο λάκτισμα δίνεται στη δεύτερα Γυμνασίου. Συγκεκριμένα, αφορά τη διδασκαλία του συστήματος των καρτεσιανών συντεταγμένων. Για τις ανάγκες διδασκαλίας του και για να καταστεί πιο κατανοητό το μάθημα πραγματοποιείται συνδιδασκαλία με καθηγητή (γεω)πληροφορικής, δίνοντας στον μαθητή παράλληλα τη δυνατότητα να δει στην πράξη, αυτό που μόλις διδάχθηκε ως θεωρία.

Για τις ανάγκες του μαθήματος, αρχικά αναφέρονται και εξηγούνται έννοιες όπως το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, οι συντεταγμένες, η απόσταση δυο σημείων στο επίπεδο, η έννοια της συμμετρίας και η γραφική παράσταση συνάρτησης. Στη συνέχεια, μέσα από παραδείγματα οι μαθητές εξοικειώνονται στο να προσδιορίζουν τις συντεταγμένες ενός σημείου στο επίπεδο, καθώς και το αντίστροφο, δηλαδή να τους δίνονται οι συντεταγμένες και να βρίσκουν την ακριβή θέση του σημείου. Επιπλέον, ανάλογα με το πρόσημο των συντεταγμένων μπορούν να συμπεράνουν με ακρίβεια σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται το εκάστοτε σημείο, αλλά και να εντοπίσουν τα συμμετρικά του ως προς:

1. τον άξονα $x\chi'$
2. τον άξονα $y\gamma'$
3. την αρχή O των αξόνων.

Στο επόμενο στάδιο οι μαθητές μαθαίνουν να βρίσκουν την απόσταση ανάμεσα σε δύο σημεία στο επίπεδο, είτε μέσω ενός τύπου (ο οποίος δίνεται παρακάτω), είτε μέσω του Πυθαγορείου θεωρήματος, το οποίο έχουν ήδη διδαχθεί στο μάθημα της Γεωμετρίας και λογικά μπορούν να ανακαλέσουν και να αξιοποιήσουν τις αποκτηθείσες γνώσεις.

Τέλος, οι μαθητές είναι σε θέση, δημιουργώντας έναν πίνακα τιμών, να σχεδιάζουν διαδοχικά σημεία στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων και ενώνοντάς τα να δομούν τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης (μία σχέση όπου κάθε τιμή της μεταβλητής x αντιστοιχίζεται σε μια μόνο τιμή της μεταβλητής y).

Στην επόμενη φάση, σε συνεργασία με τον καθηγητή (γεω)πληροφορικής, μέσω ενός λογισμικού ανοιχτού κώδικα οι μαθητές θα περάσουν από τη θεωρία στην πράξη. Ειδικότερα, οι μαθητές μέσω του προαναφερθέντος λογισμικού θα οπτικοποιήσουν όλα όσα διδάχτηκαν, με αποτέλεσμα οι αφηρημένες μαθηματικές έννοιες να μετατραπούν σε συγκεκριμένες και χειροπιαστές πληροφορίες (Χριστοφόρου κ.ά., 2009; Νικολόπουλος, 2015) και η μάθηση θα γίνει διερευνητική.

Για να μπορέσει να αξιοποιηθεί ένα Γ.Σ.Π. είναι αναγκαία η συνεργασία ατόμων με διαφορετικές ειδικότητες (Νικολακόπουλος κ.ά., 2015: 109), ακόμα και στην εκπαίδευση, όπου ένας εκπαιδευτικός θα είναι ειδήμων του γνωστικού αντικείμενου υπό διδασκαλία και ο άλλος ειδήμων της γεωπληροφορικής.

ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ ΚΑΙ ΓΕΩΓΡΑΦΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ

Η Γεωπληροφορική (Geoinformatics) ορίζεται ως «η επιστήμη η οποία αξιοποιεί τη γεωγραφική πληροφορία και τις σύγχρονες τεχνολογίες που αναπτύσσει ο τομέας της πληροφορικής, έτσι ώστε να συγκεντρώσει, να αποθηκεύσει, να ενημερώσει, να διαχειριστεί, να επεξεργαστεί, να αναλύσει, να οπτικοποιήσει και να παρουσιάσει προτάσεις σε προβλήματα που αφορούν τις επιστήμες του χώρου και συναφών κλάδων» (Πηγή: <http://www.geosciences.gr.>).

Τα Γεωγραφικά Συστήματα Πληροφοριών (Γ.Σ.Π.), γνωστά ευρέως και ως G.I.S. (Geographic Information Systems), αποτελούν βασικά εργαλεία της Γεωπληροφορικής. Αφορούν πρωτίστως λογισμικά διαχείρισης χωρικών δεδομένων και συσχετισμένων ιδιοτήτων που αποτελούν τα περιγραφικά δεδομένα. Σκοπός τους είναι να αποτυπώνουν τα χωρικά δεδομένα σε συγκεκριμένο σύστημα συντεταγμένων. Τα χωρικά αυτά δεδομένα μπορούν να αναπαρίστανται είτε σε διανυσματική δομή (Vector), είτε σε ψηφιδωτή δομή (Raster) (Γιάννη, 2014).

Τα διανυσματικά χωρικά δεδομένα μπορούν να αναπαρασταθούν με τρεις βασικούς τύπους γεωμετριών: με τα σημεία, τις γραμμές και τα πολύγωνα. Παραδείγματος χάρη, για την απόδοση της θέσης μιας πόλης σε έναν χάρτη μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα σημείο, για την αποτύπωση ενός οδικού δικτύου ή ενός συστήματος αγωγών ύδρευσης γραμμές αποτελούμενες από πολλές κορυφές, ενώ αντίστοιχα για αποτύπωση ενός Ο.Τ.Α. ή μιας ιδιοκτησίας ένα πολύγωνο. Στην ουσία τα πάντα αναπαρίστανται με γραμμές.

Σύμφωνα με τον Κουγιουμτζή (2013: 14) τα ψηφιδωτά δεδομένα χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις κατά τις οποίες το χωρικό φαινόμενο που αποτυπώνεται μπορούμε να το χαρακτηρίσουμε συνεχή μεταβλητή. Ως παραδείγματα τέτοιων μεταβλητών αναφέρει τη χωρική απόδοση των υψομέτρων του εδάφους. Σχετικά με τα ψηφιδωτά χωρικά δεδομένα αναφέρει τις δορυφορικές εικόνες και τις σαρωμένες αεροφωτογραφίες που εισάγουμε στα Γ.Σ.Π. Οι ψηφιδωτές δομές δεδομένων έχουν περιορισμένες δυνατότητες σύνδεσης με περιγραφικά χαρακτηριστικά αφού ως βάση σύνδεσης χρησιμοποιείται το μεμονωμένο εικονοστοιχείο (pixel), το οποίο έχει συγκεκριμένο μέγεθος και χρώμα, ή αποτελεί ομάδα εικονοστοιχείων, τα οποία έχουν μετρήσιμο μέγεθος και αποδίδουν μια χρωματική παλέτα. Ως παράδειγμα πληροφορίας ψηφιδωτής δομής σε ένα λογισμικό Γ.Σ.Π., μπορεί να αποτελέσει ο χάρτης επικινδυνότητας ο οποίος περιέχει πληροφορίες σχετικά με την ταχύτητα του ανέμου, τη θερμοκρασία κι άλλες μετρήσεις, βάσει των πληροφοριών αυτών μπορούν να ληφθούν αποφάσεις σχετικά με το που πρόκειται να ξεσπάσει πυρκαγιά, με συνέπεια την πρόληψη τυχόν καταστροφών.

Σημαντικό γεγονός αποτελεί πως κάθε γεωμετρικό στοιχείο συνδέεται με ένα περιγραφικό αντίστοιχα. Τα περιγραφικά δεδομένα αποτελούν την πληροφορία εκείνη η οποία προσδίδει στην οντότητα την υπόσταση και τον χαρακτήρα, που δεν μπορεί να δειχθεί γραμμικά.

Όσον αφορά την εκπαίδευση τα GIS έχουν τη δυνατότητα να συνδυάσουν πληροφορίες από πολλές και διαφορετικές πηγές, να τις οργανώσουν με κατάλληλο τρόπο και να τις αποτυπώσουν σε ψηφιακούς χάρτες «προσφέροντας οπτική απεικόνιση και κάνοντας τα προσιτά και κατανοητά ακόμη και σε μη ειδικό ακροατήριο» (Κοντόση, 2007: 2). Άλλωστε, «η χρήση της τεχνολογίας θα επιτρέψει την υλοποίηση επιθυμητών ενεργειών που δεν θα μπορούσαν να υλοποιηθούν στο παραδοσιακό περιβάλλον» (Δαγδιλέλης & Παπαδόπουλος, 2008).

Σχετικά με την εφαρμογή των GIS στην εκπαίδευση η Κοντόση (2007) παρουσιάζει δεδομένα και σε παγκόσμιο επίπεδο, αλλά και τα περιορισμένα δεδομένα στην ελληνική εκπαιδευτική πραγματικότητα. Οι Γιώτη & Κατσίκης (2007) μάλιστα αναφέρουν ότι ενώ στην Αγγλία και στις ΗΠΑ χρησιμοποιούν τα GIS σε μεγάλο βαθμό, συγκεκριμένα στο μάθημα της Γεωγραφίας, στην Ελλάδα χρησιμοποιούνται κυρίως παραδοσιακά μέσα (άτλαντες, υδρόγειες και φωτογραφίες).

ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ, ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΚΑΙ ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ

Το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο αποτελείται από δύο προσανατολισμένες ευθείες, κάθετες μεταξύ τους, οι οποίες καλούνται άξονες συντεταγμένων. Ο οριζόντιος άξονας, ο οποίος συμβολίζεται με x' , είναι ο άξονας τετμημένων και ο κατακόρυφος άξονας, ο οποίος συμβολίζεται με y' , είναι ο άξονας των τεταγμένων. Το σημείο όπου τέμνονται λέγεται αρχή του συστήματος συντεταγμένων.

Ένα σημείο πάνω στο καρτεσιανό επίπεδο προσδιορίζεται μοναδικά από ένα ζεύγος αριθμών, την τετμημένη και την τεταγμένη. Η τετμημένη είναι η απόσταση του σημείου από τον άξονα y και η τεταγμένη είναι η απόσταση του σημείου από τον άξονα x . Η τετμημένη και η τεταγμένη αποτελούν τις συντεταγμένες του σημείου, με την αρχή των αξόνων να ταυτίζεται με το σημείο $(0,0)$. Το σύστημα των αξόνων χωρίζει το επίπεδο σε τέσσερα μέρη που λέγονται τεταρτημόρια.

Απόσταση μεταξύ δύο σημείων ορίζεται το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει τα δύο αυτά σημεία.

Έστω ότι $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δύο σημεία του επιπέδου, τότε η απόστασή τους (δηλαδή το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος που ορίζουν) είναι:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

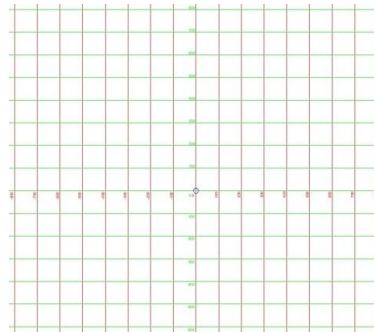
ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΤΗΝ ΠΡΑΞΗ

Για την πραγματοποίηση της πρακτικής εφαρμογής της θεωρίας, ούτως ώστε να γίνει πιο κατανοητό και πιο ευχάριστο για τους μαθητές, χρησιμοποιήθηκε το εμπορικό λογισμικό AutoCADMap 3D 2012, που υποστηρίζει τόσο σχεδιαστικά όσο και πληροφοριακά την εφαρμογή. Μέσα από τη χρήση του λογισμικού δίνεται η δυνατότητα προσομοίωσης της θεωρητικής προσέγγισης του μαθήματος και πραγματοποιείται ένα είδος παιχνιδιού ανάμεσα σε καθηγητές και μαθητές. Σκοπός είναι η εισαγωγή των

μαθητών σε πραγματικές εφαρμογές των συντεταγμένων και η ευκολότερη κατανόηση της πρακτικής χρησιμότητάς τους.

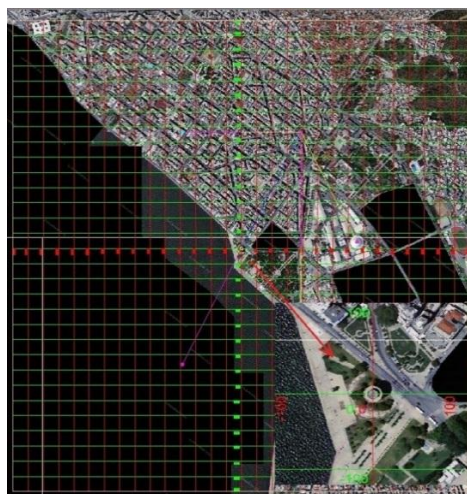
Ως περιοχή μελέτης επιλέχθηκε η Θεσσαλονίκη, καθώς το μάθημα θα πραγματοποιηθεί σε μαθητές της πόλης. Ωστόσο, η εφαρμογή είναι παραμετροποιήσιμη και μπορεί να πραγματοποιηθεί σε οποιαδήποτε περιοχή της Ελλάδας, αρκεί να υπάρχουν τα κατάλληλα δεδομένα. Ο κάθε εκπαιδευτικός ανάλογα με την περιοχή όπου πραγματοποιεί την εφαρμογή του μπορεί να αξιοποιεί στοιχεία της περιοχής αυτής, ώστε να βρίσκεται πιο κοντά στην πραγματικότητα των μαθητών του.

Αρχικά δημιουργήθηκε το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων ή αλλιώς κάνναβος 1500x1500 με βήμα 100 (βλ. εικόνα 1). Να σημειωθεί ότι οι πραγματικές μονάδες αφορούν μέτρα, καθώς η εφαρμογή προσομοιάζει μια πραγματική περιοχή. Το σύστημα αναπτύχθηκε σε μορφή πλέγματος ώστε μέσα από τα «κουτάκια» οι μαθητές να μπορούν να προσανατολιστούν και να ανταποκριθούν στις εργασίες που θα τους ζητηθεί να φέρουν εις πέρας.



Εικόνα 1: Ενδεικτική περιοχή του καρτεσιανού συστήματος.

Εν συνέχεια, έγινε εισαγωγή ορθοφωτοχαρτών της περιοχής της Θεσσαλονίκης, με αρχή των αξόνων να είναι ο Λευκός Πύργος (βλ. εικόνα 2). Με αυτό τον τρόπο ουσιαστικά προσαρμόστηκε και κατ' επέκταση προσομοιώθηκε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων στον χώρο, ο οποίος αποτελεί γνώριμη περιοχή για τους μαθητές.



Εικόνα 2: Προσομοίωση καρτεσιανού συστήματος σε πραγματικό χώρο.

Προς διευκόλυνση των μαθητών τα διάφορα θεματικά επίπεδα έλαβαν και διαφορετικό χρώμα (βλ. εικόνα 3), ώστε τα παιδιά να μπορούν να «παιξουν» ανοιγοκλείνοντας τα και να διευκολύνουν τους καθηγητές στη διαδικασία των πρακτικών ασκήσεων.

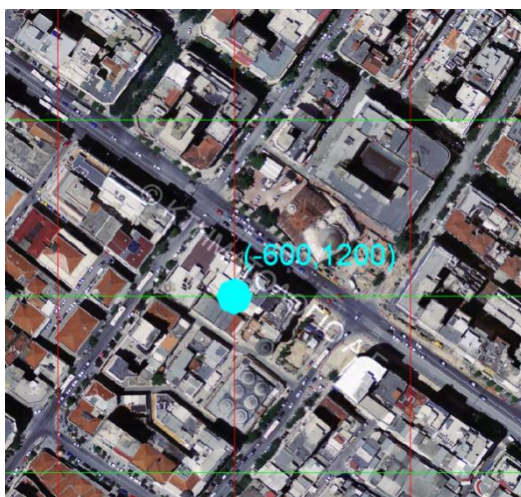
Status	Name	On	Freeze	Lock	Color	Linetype
✓	0	☀	☀	☀	w...	Continuous
✓	ΑΡΙΘΜΗΣΗ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥ ΑΞΟΝΑ	☀	☀	☀	12	Continuous
✓	ΑΡΙΘΜΗΣΗ ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΥ ΑΞΟΝΑ	☀	☀	☀	gr...	Continuous
✓	ΑΡΧΗ ΑΞΟΝΩΝ	☀	☀	☀	50	Continuous
✓	ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΣ ΑΞΟΝΑΣ	☀	☀	☀	10	Continuous
✓	ΟΡΙΖΟΝΤΙΟΣ ΑΞΟΝΑΣ	☀	☀	☀	gr...	Continuous
✓	ΠΕΡΙΓΡΑΦΜΑ ΚΑΝΝΑΒΟΥ	☀	☀	☀	31	Continuous
✓	ΣΗΜΕΙΑ ΕΝΔΙΑΦΕΡΟΝΤΟΣ	☀	☀	☀	210	Continuous
✓	ΣΗΜΕΙΑ ΤΥΧΑΙΑ	☀	☀	☀	cy...	Continuous
✓	ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ Ο	☀	☀	☀	160	Continuous
✓	ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ Ο (0)	☀	☀	☀	160	Continuous
✓	ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ Ο (0,0)	☀	☀	☀	160	Continuous
✓	ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΧΧ'	☀	☀	☀	177	Continuous
✓	ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΟ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΨΨ'	☀	☀	☀	cy...	Continuous

Εικόνα 3: Θεματικά επίπεδα των διανυσμάτων στον χάρτη.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Μια σειρά από ασκήσεις δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να αντιληφθούν πληρέστερα τις έννοιες των συντεταγμένων, των συμμετρικών σημείων και των αποστάσεων μεταξύ δύο σημείων. Οι ασκήσεις αφορούν τη θεωρία του μαθήματος καθώς και την πρακτική τους εφαρμογή, με διαφορετική ωστόσο προσέγγιση.

Ως πρώτη πρακτική εφαρμογή τίθεται η προβολή τυχαίων σημείων εντός των ορίων του καρτεσιανού συστήματος (βλ. εικόνα 4). Οι μαθητές θα κληθούν να εντοπίσουν τις συντεταγμένες αυτές και να αντιληφθούν ότι η προβολή τους αφορά σημεία που δεν φέρουν κάποιο ενδιαφέροντος.



Εικόνα 4: Προβολή τυχαίων συντεταγμένων στον χώρο.

Έπειτα, δίνονται από τους καθηγητές συντεταγμένες, τις οποίες οι μαθητές θα πρέπει να τις αντιστοιχίσουν με ορισμένα χαρακτηριστικά σημεία ενδιαφέροντος της Θεσσαλονίκης. Στις παρακάτω εικόνες (βλ. εικόνα 5) δίνονται ως παραδείγματα το μνημείο της Ροτόντας και το Αλεξάνδρειο Μέλαθρο.



Εικόνα 5: Χαρακτηριστικά σημεία ενδιαφέροντος της Θεσσαλονίκης.

Αναπτύσσοντας τη θεωρία των συμμετρικών σημείων ως προς τον $\chi\chi'$ και $\psi\psi'$ αντίστοιχα, ο μαθητής μπορεί να πραγματοποιήσει την αντίστοιχη άσκηση πάνω στον κάρναβο σε ένα από τα σημεία ενδιαφέροντος. Στη συγκεκριμένη περίπτωση επιλέχθηκε η Ροτόντα και βρέθηκαν τα συμμετρικά της σημεία στην πρώτη περίπτωση ως προς τον $\chi\chi'$ (βλ. εικόνα 7) και στη δεύτερη ως προς τον $\psi\psi'$ (βλ. εικόνα 6). Στον χάρτη (βλ. εικόνα 6) στη θέση Α βρίσκεται το σημείο ενδιαφέροντος και το συμμετρικό του σημείο βρίσκεται στη θέση Β.

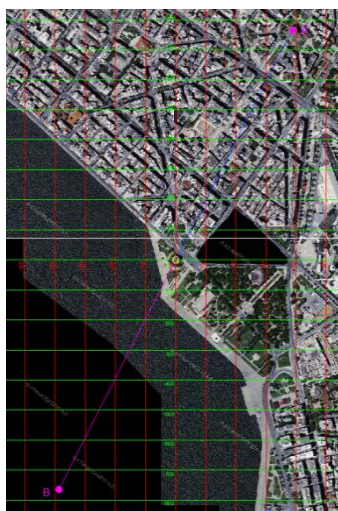


Εικόνα 6: Συμμετρικά σημεία ως προς $\psi\psi'$.



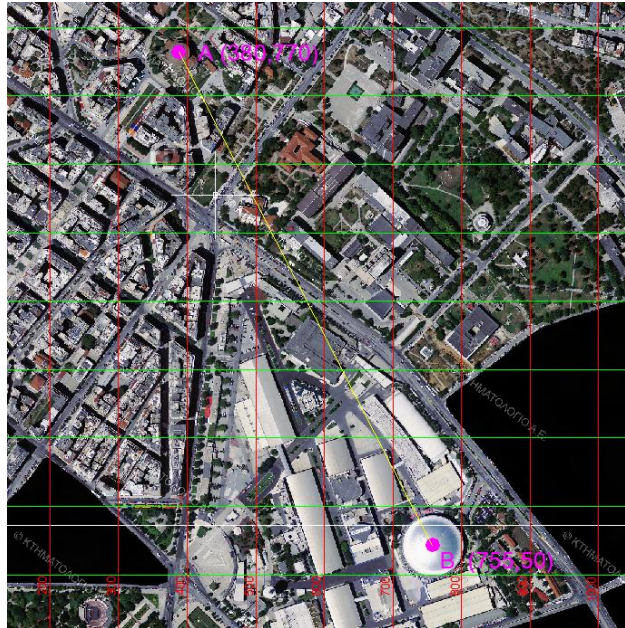
Εικόνα 7: Συμμετρικά σημεία ως προς xx' .

Αντίστοιχα, πραγματοποιείται και η προβολή των συμμετρικών σημείων ως προς την αρχή των αξόνων, δηλαδή το $(0,0)$ (βλ. εικόνα 8). Μέσα από τη διαδικασία ο μαθητής μπορεί να αντιληφθεί την έννοια του χώρου και συγχρόνως των αποστάσεων, κάτι το οποίο θα πραγματοποιηθεί και στην επόμενη πρακτική εφαρμογή.



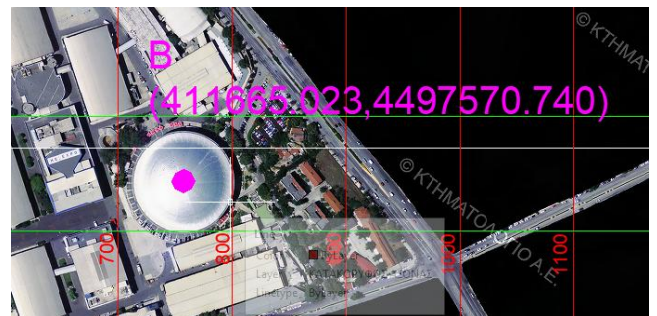
Εικόνα 8: Συμμετρικά σημεία ως προς την αρχή των αξόνων $(0,0)$.

Σημαντική επίσης πρακτική εφαρμογή, αποτελεί η εύρεση της απόστασης μεταξύ δύο σημείων (βλ. εικόνα 9). Η δυνατότητα εύρεσης αποστάσεων μεταξύ δύο σημείων με γνωστές τις συντεταγμένες τους, αποτελεί το δεύτερο θεμελιώδες πρόβλημα της επιστήμης της τοπογραφίας. Η εξοικείωση του μαθητή με τέτοιες μαθηματικές συναρτήσεις, μπορεί αργότερα να τον οδηγήσει στον προσανατολισμό του στις θετικές επιστήμες. Πρωτίστως όμως, δίνει τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσει τις γνώσεις αυτές ώστε να κατανοήσει την έννοια του χώρου και των διαστάσεών του.



Εικόνα 9: Απόσταση μεταξύ δύο σημείων Α και Β.

Τέλος, πραγματοποιείται μια αντιστοίχιση των συντεταγμένων που δόθηκαν στο καρτεσιανό σύστημα με τις πραγματικές συντεταγμένες του Ελληνικού Γεωδαιτικού Συστήματος Αναφοράς (ΕΓΣΑ '87) (βλ. εικόνα 10). Με αυτόν τον τρόπο δίνεται η δυνατότητα να μάθει πως τα προβλήματα στην πραγματικότητα είναι πιο σύνθετα και συγχρόνως πραγματοποιείται μια εισαγωγή σε έννοιες τις οποίες θα συναντήσουν στο μέλλον.



Εικόνα 10: Συντεταγμένες των σημείων ενδιαφέροντος σε ΕΓΣΑ '87.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

Η αξιοποίηση των Τ.Π.Ε. στα μαθήματα θετικών επιστημών, και συγκεκριμένα στα Μαθηματικά, μπορεί να αποφέρει πολλαπλά οφέλη όσον αφορά τις γνώσεις που θα αποκομίσουν οι μαθητές. Οι Μαστρογιάννης & Τρύπα (2010) σημειώνουν ότι «οι ΤΠΕ έχουν επιφέρει ευεργετικά αποτελέσματα και θε(α)μ(α)τικές επιπτώσεις στη σχολική πρακτική και διαδικασία». Βέβαια, απαιτείται η κατάλληλη επιμόρφωση των εκπαιδευτικών για την ορθή παιδαγωγική αξιοποίηση των ΤΠΕ (Καλλιβερέτακη 2011: 2). Ας μην ξεχνάμε ότι τα Γ.Σ.Π., που χρησιμοποιήσαμε ως βοηθητικά εργαλεία στην παρούσα πρόταση, αποτελούν τα ίδια βλαστό των θετικών επιστημών. Συνεπώς, με θεμελιωτικά

πλαίσια τα ίδια τα Μαθηματικά παρέχουν τη δυνατότητα να αναδειχθούν και να προσομοιωθούν καταστάσεις, με τέτοιο τρόπο, ώστε να μπορεί ο καθένας να αντιληφθεί το τι κάνει, πώς το κάνει και το γιατί το κάνει. Δυστυχώς, η χρήση GIS δεν είναι ακόμα ευρέως γνωστή στους εκπαιδευτικούς, γεγονός που ενισχύει και η έρευνα της Σιούπη (2015). Τα αποτελέσματα της έρευνας κατέδειξαν ότι οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί αγνοούσαν πλήρως τον όρο GIS.

Ως προς τις εργασίες που καλείται να πραγματοποιήσει ο μαθητής, η καινοτομία έγκειται κυρίως στο ότι η διδασκαλία δεν πραγματοποιείται με έναν παραδοσιακό τρόπο. Δίνεται ένα γεωγραφικό υπόβαθρο, ένας ψηφιακός χάρτης και οι συνθήκες παρουσιάζονται πιο ρεαλιστικά. Η προσπάθεια εξεύρεσης των διαφόρων σημείων με το παραπάνω εργαλείο καθιστά τη διδακτική διαδικασία πιο ευχάριστη και με μικρότερο βαθμό δυσκολίας, δεδομένου ότι οι ΤΠΕ είναι στην καθημερινότητα των περισσότερων μαθητών και οποιαδήποτε νέα ανακάλυψη σχετικά με αυτές είναι πολύ πιθανό να προκαλέσει το αμέριστο ενδιαφέρον αλλά και τον ενθουσιασμό τους.

Τα πλεονεκτήματα είναι αναμφίβολα πολλά. Πέρα από την εξοικείωση με την έννοια του χώρου, οι μαθητές μπορούν να ξεχωρίζουν σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκονται τα σημεία ενδιαφέροντος, να εντοπίζουν συντεταγμένες στον χώρο, να βρίσκουν τις αποστάσεις μεταξύ δύο σημείων με βάση τις ίδιες τις συντεταγμένες και να τις προσομοιάσουν με βάση την πραγματικότητα και τέλος να χρησιμοποιήσουν τεχνολογίες, οι οποίες διευκολύνουν τις διαδικασίες που βρίσκονται στη θεωρία των μαθηματικών.

Γενικά, με την οπτικοποιημένη χρήση του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων ο μαθητής μπορεί να προσδιορίσει με ευκολία τα συμμετρικά ενός σημείου ως προς τον άξονα $x\chi'$, τον άξονα $y\psi'$ και την αρχή των αξόνων O , αλλά και να εξοικειωθεί με την έννοια του προσανατολισμού. Επίσης, το γεγονός ότι θα ανακαλύψει με την προσωπική του εμπλοκή μέρη τα οποία έχει επισκεφτεί ή θα ήθελε να επισκεφτεί αποτελεί κίνητρο για μάθηση.

Συμπερασματικά, στόχος είναι η εμπλοκή των μαθητών σε δραστηριότητες για τις οποίες δεν παρουσίαζαν ενδιαφέρον ή ήταν αρνητικά διακείμενοι (Χριστοφόρου κ.ά., 2009), η βελτίωση των επιδόσεων των αδύναμων μαθητών, αλλά και γενικότερα η διαμόρφωση μιας θετικής στάσης απέναντι στο μάθημα των Μαθηματικών.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Γιάννη, Α-Μ. (2014). *Χρήση εργαλείων και μεθόδων Γεωπληροφορικής για την ανάλυση και την ποσοτικοποίηση χωρικών δεδομένων*. Αδημοσίευτη πτυχιακή εργασία. ΤΕΙ Ηπείρου. Ανακτήθηκε στις 6 Απριλίου 2018 από τη διεύθυνση

[http://apotheirio.teiep.gr/xmlui/bitstream/handle/123456789/4759/FINAL_PTY_XIAKH%20%20\(1\).pdf?sequence=1](http://apotheirio.teiep.gr/xmlui/bitstream/handle/123456789/4759/FINAL_PTY_XIAKH%20%20(1).pdf?sequence=1).

Γιώτη, Κ. & Κατσίκης, Α. (2007). Τα διδακτικά μέσα στο μάθημα της Γεωγραφίας – Συγκριτική θεώρηση. *Πρακτικά 5ου Πανελληνίου Συνεδρίου με θέμα «Διδακτική Φυσικών Επιστημών και νέες τεχνολογίες στην εκπαίδευση»*, τχ. Β., Ιωάννινα, σσ. 840-848. Ανακτήθηκε στις 23 Μαρτίου 2018 από τη διεύθυνση

http://kodipheet.chem.uoi.gr/fifth_conf/pdf_synedriou/teykos_B/5_didakt_didask_geogr/5_GEO-07-telikiF.pdf.

Δαγδιλέλης, Β. & Παπαδόπουλος Ι. (2008). Διδακτικά σενάρια και ΤΠΕ στα Μαθηματικά: ένας πρακτικός οδηγός. Στο *Πρακτικά 6^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου για τις τεχνολογίες της πληροφορίας και των επικοινωνιών στην εκπαίδευση (ΕΤΠΕ)*, τόμ. 2, σσ. 295-302, Λεμεσός. Ανακτήθηκε στις 28 Μαρτίου 2018 από τη διεύθυνση <http://www.etpe.gr/custom/pdf/etpe1317.pdf>.

Καλλιβρετάκη, Α. (2011). *Διερεύνηση του επιπέδου ανάπτυξης των δεξιοτήτων των εκπαιδευτικών Μαθηματικών που αφορά στην παιδαγωγική αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών*. Α δημοσίευτη διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Πατρών. Ανακτήθηκε στις 10 Μαρτίου 2018 από τη διεύθυνση <http://nemertes.lis.upatras.gr>.

Κουγιουμτζής, Δ. (2013). *Διαδικτυακή πλατφόρμα πολυεπίπεδης αρχιτεκτονικής για την πραγματοποίηση δυναμικών αναζητήσεων σε γεωπληροφορικό σύστημα*. Α δημοσίευτη μεταπτυχιακή διατριβή. Πανεπιστήμιο Πειραιώς. Ανακτήθηκε στις 6 Απριλίου 2018 από τη διεύθυνση <http://dione.lib.unipi.gr/xmlui/bitstream/handle/unipi/5756/Kougioumtzis.pdf?sequence=2>.

Κοντόση, Κ. (2007). Τα GIS στην Εκπαιδευτική διαδικασία: Δυνατότητες και προοπτικές χρησιμοποίησής τους στη διδασκαλία των Φυσικών επιστημών. *Πρακτικά του 2^{ου} Εκπαιδευτικού Συνεδρίου με θέμα «Γλώσσα, σκέψη και πράξη στην εκπαίδευση»*, Ιωάννινα. Ανακτήθηκε στις 20 Φεβρουαρίου 2018 από τη διεύθυνση <http://ipeir.pde.sch.gr/educonf/2/09ThetikesEpistimes/kontosi/kontosi.pdf>.

Μαστρογιάννης, Α. & Τρύπα, Α. (2010). ΤΠΕ και Μαθηματικά: Ωφελιμότητα, περιπλοκότητα ή ουτοπία; *Πρακτικά 5^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου με θέμα «Μαθαίνω πώς να μαθαίνω»*, Αθήνα. Ανακτήθηκε στις 2 Φεβρουαρίου 2018 από τη διεύθυνση http://www.elliepek.gr/documents/5o_synedrio_eisigiseis/Mastrogiannis_Trypa.pdf.

Νικολόπουλος, Γ. (2015). Μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά, αναγκαία η δημιουργία «λεξιλογίου εννοιών». Στο Γ. Παπαδάτος, Σ. Πολυχρονοπούλου, Α. Μπαστέα (Επιμ.) *Πρακτικά 5^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Επιστημών Εκπαίδευσης με θέμα «Λειτουργίες νόησης και λόγου στη συμπεριφορά, στην εκπαίδευση και στην ειδική αγωγή»*, Αθήνα, τόμ. 2, σσ.1001-1015.

Μιχάλης, Ι., Τσαλίκη, Χ., Χατζηβασιλείου, Ε. (2009). Τεχνολογικός γραμματισμός εκπαιδευτικών. Στο Π. Καριώτογλου, Α. Σπύρτου, Α. Ζουπίδης (Επιμ.) *Πρακτικά 6^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Διδακτικής των Φυσικών επιστημών και Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση με θέμα «Οι πολλαπλές προσεγγίσεις της διδασκαλίας και της μάθησης των φυσικών επιστημών»*, Φλώρινα, 546-554.

Νικολακόπουλος, Κ., Κατσάνου, Κ., Λαμπράκης, Ν. (2015). *Υδρολογία με χρήση γεωγραφικών συστημάτων πληροφοριών και δεδομένων*

τηλεπισκόπησης. [ηλεκτρ. βιβλ.] Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών.

Σιούπη, Χ. (2015). *Τα ελεύθερα λογισμικά GIS και η άποψη των εκπαιδευτικών για την αξιοποίησή τους στην εκπαίδευση*. Αδημοσίευτη μεταπτυχιακή διατριβή, Παιδαγωγικό τμήμα δημοτικής εκπαίδευσης ΑΠΘ. Ανακτήθηκε στις 6 Απριλίου 2018 από τη διεύθυνση <https://ikee.lib.auth.gr/record/281525/files/GRI-2016-15923.pdf>.

Χριστοφόρου, Δ., Κουρουγιώτης, Χ., Μπιζά, Ε., Ναρδή, Έ. (2009). *Εναλλακτική Μορφή Διδασκαλίας των Συναρτήσεων στη Β' Γυμνασίου με Χρήση Νέων Τεχνολογιών*. Στο Φ. Καλαβάσης, Σ. Καφούση, Μ. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Χ. Σκουμπουρδή, Γ. Φεσάκης (Επιμ.). *Πρακτικά 3ου Συνεδρίου ΕΝΕΔΙΜ με θέμα «Μαθηματική Εκπαίδευση και Οικογενειακές Πρακτικές»*, Ρόδος, 481-491.